

数学

理清知识脉络 优化解题方法

北京市第六十六中学教师 王艳秋

数学是高考分值较大的三大科目之一,考生的复习备考效果是其能否在这场角逐中脱颖而出

一、回归基础知识,理清知识脉络

北京高考数学试题一贯注重对基础知识和通性通法的考查,尤其是对数学概念、性质本质的理解

|      | 文字语言                                    | 图形表示 | 符号表示                                                                                   |
|------|-----------------------------------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 判定定理 | 如果平面外一条直线与此平面内的一条直线平行,那么该直线与此平面平行。      |      | $a \not\subset \alpha, b \subset \alpha, a \parallel b \Rightarrow a \parallel \alpha$ |
| 性质定理 | 一条直线与一个平面平行,如果过该直线的平面与此平面相交,那么该直线与交线平行。 |      | $a \parallel \alpha, a \subset \beta, \alpha \cap \beta = b \Rightarrow a \parallel b$ |

2. 平面与平面平行判定定理与性质定理

|      | 文字语言                              | 图形表示 | 符号表示                                                                                                                        |
|------|-----------------------------------|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 判定定理 | 如果一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行,那么这两个平面平行。 |      | $a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = P, a \parallel \beta, b \parallel \beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$ |
| 性质定理 | 两个平面平行,如果另一个平面与这两个平面相交,那么两条交线平行。  |      | $\alpha \parallel \beta, \alpha \cap \gamma = a, \beta \cap \gamma = b \Rightarrow a \parallel b$                           |

3. 直线与平面垂直的判定定理及性质定理

|      | 文字语言                               | 图形语言 | 符号语言                                                                                 |
|------|------------------------------------|------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 判定定理 | 如果一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直,那么该直线与此平面垂直。 |      | $a, b \subset \alpha, a \cap b = O, l \perp a, l \perp b \Rightarrow l \perp \alpha$ |
| 性质定理 | 垂直于同一个平面的两条直线平行。                   |      | $a \perp \alpha, b \perp \alpha \Rightarrow a \parallel b$                           |

4. 平面与平面垂直的判定定理和性质定理

|      | 文字语言                                          | 图形语言 | 符号语言                                                                                               |
|------|-----------------------------------------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 判定定理 | 如果一个平面过另一个平面的垂线,那么这两个平面垂直                     |      | $l \subset \beta, l \perp \alpha \Rightarrow \alpha \perp \beta$                                   |
| 性质定理 | 两个平面垂直,如果一个平面内有一条直线垂直于这两个平面的交线,那么这条直线与另一个平面垂直 |      | $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, a \subset \alpha, a \perp l \Rightarrow a \perp \beta$ |

线线平行(垂直)、线面平行(垂直)、面面平行(垂直)的相互转化是解决与平行有关的立体几何证明题的指导思想

例:2023年西城区一模选择第7题  
已知双曲线C的中心在原点,以坐标轴为对称轴。则“C的离心率为2”是“C的一条渐近线为y=√3x”的

此题正确率不高,原因是考生未考虑双曲线的焦点位置在y轴上的可能性,更深层次的原因是其不清楚双曲线的离心率与焦点位置无关

二、梳理答题思路,优化解题方法

考场上,解题的速度和准确度,取决于同学们对数学知识的熟练度、解题技巧的运用、思维能力的差异等

1. 错题重做

错题重做是一种修补知识漏洞或概念理解偏差的有效方法

例:西城区二模的第2题和朝阳区二模的第1题  
已知集合A={x|-1≤x≤1}, B={x|3^x<1}, 则A∪B=

集合的运算常作为选择题中的基础题出现,但总有同学出错

“交”“并”文字标记在侧;练习二次不等式、分式不等式、指(对)数不等式的解集的解法;谐音或者联想记忆数集符号,对于非实数集的符号圈画出来。

2. 梳理通法

对解题的通性通法还不熟练的同学,不必追求突破难题,此时要将精力集中在对通法的掌握上

例:2023年西城区二模第19题

已知椭圆E: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1(a>b>0)的短轴长为2√2, 一个焦点为F1(-2, 0)。

解:(I)由题设 {c=2, 2b=2√2, a^2=b^2+c^2}, 解得 {a=√6, b=√2}。

所以椭圆E的方程为 x^2/6 + y^2/2 = 1。E的离心率为 c/a = √6/3。

(II)设椭圆E的另一个焦点为F2(2, 0), 则直线l过点F2。

由 {x=my+2, x^2+3y^2=6}, 得 (m^2+3)y^2+4my-2=0。

设 A(x1, y1), B(x2, y2), 则 y1+y2 = -4m/(m^2+3), y1y2 = -2/(m^2+3)。

由题设,点M为线段F1C的中点,所以点F1和点C到直线AB的距离相等。

所以四边形AF1BC的面积为△F1AB面积的2倍。

又 y1y2 = -2/(m^2+3) < 0,

所以 S\_四边形AF1BC = 2S\_△F1AB = 2 × 1/2 × |F1F2| × (|y1| + |y2|)

当且仅当 t = 2, 即 m = ±1 时, S\_四边形AF1BC = 4√3。

所以四边形AF1BC的面积最大时, m = ±1。

此题是典型的动直线引发动点问题,参数就在直线方程中,考生要考虑的是如何把不规则四边形的面积进行转化