首都教育高质量发展·中招

数学

图形旋转易错点与解题策略

北京市昌平区第二中学　轩宇彤

图形旋转变换问题是初中数学的重点与难点。本文通过分析旋转规律、梳理易错点以及剖析典型案例，帮助考生掌握高效解题的思路与方法。

分析图形旋转的知识体系与易错点

知识结构分析

图形旋转知识体系可分为三个层次：基础层次涵盖定义、三要素（旋转中心、旋转方向、旋转角度）及基本性质，核心层次包括中心对称、中心对称图形的概念与性质以及关于原点对称的点的坐标特征，应用层次包括旋转作图、旋转与图案设计及旋转在几何证明中的综合应用。

与其他知识的联系

在几何领域内，旋转与全等三角形、相似形、勾股定理及特殊三角形和四边形的性质与判定等知识密切相关；在函数范畴中，旋转则与坐标系、函数图象分析等内容相互联系。

图形旋转的易错点

【易错点1】在概念理解层面，部分考生常漏记旋转"三要素"，尤其是旋转方向，导致描述不全；也有考生会混淆"旋转对称"与"中心对称图形"的概念，例如误将正三角形视为中心对称图形。

【易错点2】在性质应用层面，考生在计算旋转角时，容易误将"对应边的夹角"当作旋转角，而忽略其本质是"对应点与旋转中心连线的夹角"；在应用"旋转前后图形全等"性质时，容易因无法准确识别对应边与对应角，导致角度或边长计算错误。

【易错点3】在作图操作层面，考生在进行旋转作图时，往往易出现三类问题：一是遗漏图形顶点或特殊点（如线段中点）；二是仅凭视觉估计来定位对应点，而非严格遵循"对应点到旋转中心距离相等"的原则；三是在连线成图时，打乱原图形顶点顺序，导致旋转前后图形不符。

【易错点4】在模型迁移层面，部分考生面对"手拉手""半角"等模型，常常无法识别"共顶点的等线段"这一旋转条件，以致难以构造全等三角形；在动态旋转中，又因难以锁定不变量（如旋转中心、线段长度）而造成思路混乱；此外，在复杂综合题中，有些考生不能主动运用旋转性质实现线段或角的等效转移。

运用多元视角突破难点

用工具、按步骤，锁定旋转三要素

解决图形旋转问题的核心在于抓住旋转中心、旋转方向与旋转角。在此过程中，部分考生会陷入"看不见"旋转过程的困境，为此，笔者建议考生采用"实物演示+固定步骤"相结合的方法来破解这一问题。

1. 考生可使用三角板、直尺等实物，绕一个固定点（如尺子的端点）旋转，并思考三个关键问题：哪个点不动（确定旋转中心）、哪条边转了多少度（理解旋转角）、转到了哪里（识别对应点）。

2. 考生在旋转作图时，可遵循以下两个核心步骤：一是定位旋转中心。考生可选取两组对应点，分别作其连线的垂直平分线，两条垂直平分线的交点即为旋转中心。二是确定旋转角。考生可连接旋转中心与任意一组对应点，两条连线所形成的夹角就是旋转角。为简化计算，考生可优先寻找题目中的特殊角，如180°、90°、60°、45°等特殊度数的角。

【例1】如图1，将$\triangle AOB$按顺时针方向旋转后成为$\triangle COD$，则下列说法错误的是（　）

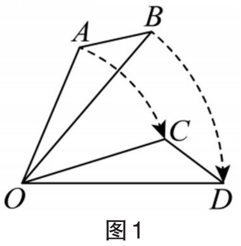

图1

A. 旋转中心是点O

B. 旋转角等于$\angle AOD$

C. $OA=OC$

D. $\triangle AOB\cong\triangle COD$

【解析】A选项中，因为$\triangle AOB$绕着点O旋转得到$\triangle COD$，所以旋转中心是点O，故该选项正确。B选项中，旋转角是对应点与旋转中心所连线段的夹角，旋转角应该是$\angle AOC$或$\angle BOD$，而不是$\angle AOD$，故该选项错误。C选项中，旋转不改变图形的大小和形状，OA与OC是对应边，所以$OA=OC$，故该选项正确。D选项中，旋转前后的图形全等，所以$\triangle AOB\cong\triangle COD$，故该选项正确。因此，此题的答案是B选项。

抓"触发信号"，构造旋转变换

考生之所以不会运用旋转的性质，其根源在于无法识别和运用旋转的"触发信号"——图形中存在的"共端点的等线段"。为此，考生可遵循以下方法。

1. 识别触发场景。当题目中出现以下图形时，考生要主动思考"能否运用旋转"：等腰三角形（两腰相等，绕顶点旋转）、等边三角形（三边相等，绕顶点转60°）、正方形、菱形（邻边相等，绕顶点转90°或180°）及条件分散的图形。

2. 明晰转化思路。旋转的核心目的是"把分散的边、角凑到一起"，解题步骤可分为三步。

第一步：确定"旋转对象"。考生要选定一个包含等线段的三角形作为旋转对象，例如等腰$\triangle ABC$（$AB=AC$）。

第二步：确定"旋转方向和角度"。考生可让该三角形绕其共端点（如点A）旋转，使一条等线段（如AB）与另一条等线段（如AC）重合。此时的旋转角即为该等腰$\triangle ABC$的顶角。

第三步：利用性质解题。考生可运用旋转后"对应边相等、对应角相等"的性质，观察到新构成的三角形（如$\triangle BCC'$）往往是特殊三角形（如等腰三角形、直角三角形），再结合勾股定理或全等三角形的性质完成求解。

【例2】如图2，在边长为6的正方形$ABCD$内作$\angle EAF=45°$，AE交BC于点E，AF交CD于点F，连接EF，将$\triangle ADF$绕点A顺时针旋转90°得到$\triangle ABG$。若$DF=3$，则BE的长为______。

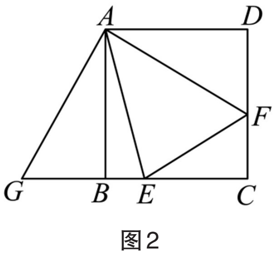

图2

【解析】

$\because \triangle ADF$绕点A顺时针旋转90°得到$\triangle ABG$，

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle ABG$，

$\therefore \angle ADF=\angle ABG=\angle ABE=90°$，

$\angle ABG+\angle ABE=180°$，

$\therefore G$、B、E三点共线，

$\therefore DF=BG,\angle DAF=\angle BAG$，

$\because \angle DAB=90°,\angle EAF=45°$，

$\therefore \angle DAF+\angle EAB=45°$，

$\therefore \angle BAG+\angle EAB=45°$，$\therefore \angle EAF=\angle EAG$，

在$\triangle EAG$和$\triangle EAF$中，

$$\begin{cases}AG=AF\\ \angle EAG=\angle EAF\\ AE=AE\end{cases}$$

$\therefore \triangle EAG\cong\triangle EAF(\mathrm{SAS})$，

$\therefore GE=FE$，

设$BE=x$，

$\because CD=6,DF=3$，

$\therefore CF=3$，则$GE=BG+BE=3+x,CE=6-x$，

$\therefore EF=3+x$，

$\because \angle C=90°$，

$\therefore (6-x)^2+3^2=(3+x)^2$，

解得：$x=2$，

$\therefore BE$的长为2.

拆解"模型特征"，应对高频题型

1. 常见旋转模型归纳

手拉手模型。该模型是指两个等腰三角形共顶点（即旋转中心），且顶角相等。它们的腰像"手"一样"拉"在一起，旋转后会形成全等三角形。此类模型常见的图形包括双等腰直角三角形、双等腰三角形和双正方形等。

半角模型。该模型是指一个角的度数是另一个角的一半，且这两个角共定顶点，两边分别共线的几何模型。核心是通过"旋转"构造全等三角形，实现线段或角度的转化。

对角互补模型。该模型是指四边形中一组对角之和为180°，常见"120°对60°模型"和"90°对90°模型"。此类模型常通过"作垂线"或"旋转"构造全等和相似形，集中条件求解。

2. 旋转辅助线构造方法

【方法一】遇中点，旋转180°，造中心对称。当题目中出现中点或中线等条件时，考生可尝试以中点为旋转中心，将图形旋转180°，构造中心对称图形，从而实现线段或角的转移。

【方法二】遇90°，旋转90°，造垂直。当图形中存在90°角时，考生可考虑绕某点旋转90°，以构造垂直关系。

【方法三】遇60°，旋转60°，造等边。当图形中存在60°角时，考生可考虑绕某一点旋转60°，以构造等边三角形。

【方法四】遇等腰，思旋转。当图形中存在等腰三角形时，考生可考虑以其顶角的顶点为旋转中心，以顶角的度数为旋转角，将一腰旋转至与另一腰重合，从而构造全等三角形。